

УДК: 519.6

ФОРМИРОВАНИЕ ИНТЕГРИРОВАННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА НА ОСНОВЕ ПРАВИЛ НЕЧЕТКОГО ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА

Шуйкова Инесса Анатольевна

доцент Липецкого государственного технического университета

E-mail: [shujkova i a@inbox.ru](mailto:shujkova_i_a@inbox.ru)

Павлов Евгений Николаевич

Департамент образования администрации города Липецка

E-mail: umz@inbox.ru

Бабкин Антон Альбертович

студент Липецкого государственного педагогического университета

E-mail: [babkin aa@inbox.ru](mailto:babkin_aa@inbox.ru)

В статье представлены подходы к формированию интегрированных показателей качества объектов управления на основе правил нечеткого логического вывода. Приведены подходы, основанные на классических методах математической статистики и методах нечеткой математики. Рассматривается оценка динамики развития показателей качества объектов управления. Приведённая модель системы оценки качества работы объектов распределенной системы управления даёт возможность оценить динамику эффективности объектов на основе вычисления расстояния между результатами нечетких логических выводов в диапазоне нескольких лет работы и вследствие чего, сделать вывод о результате работы выбранного объекта. Рассматриваемая проблематика является на сегодняшний день актуальной как в теоретическом плане, так и в плане реализации соответствующих систем, которые выполняют оценку качества объектов управления.

Ключевые слова: *системы нечеткого логического вывода, показатели качества объектов управления, расстояние между результатами нечеткого логического вывода.*

1. Оценка качества работы объектов управления на основе классических процедур

Неотъемлемой частью процесса управления социальными системами является оценивание эффективности работы объектов управления, например в сфере образования оценивается качество работы образовательных организаций и анализируется динамика качества.

Процедура оценивания может быть проведена по сформулированным критериям на основе эталонных показателей – установленных

экспертами значений параметров, ниже которых показатели считаются недопустимыми. Эталонные показатели определяются для

каждого параметра информационно-оценочной системы оценки эффективности. Это могут быть средний показатель по критерию по всем объектам, минимально (или максимально) возможный показатель параметра, показатель, определенный нормативными документами.

Более наглядно оценить близость показателей объектов управления к эталонным позволяют отклонения показателей параметров от эталонных значений.

$KOP_i = P_i - ПЭ$, где P_i – показатель i -го объекта по параметру; ПЭ – эталонный показатель; KOP_i – коэффициент отклонения показателя i -го объекта по параметру от эталонного показателя.

Деятельность объектов управления, коэффициенты отклонения которых по параметрам больше нуля или близки к нулю, не нуждаются в контроле со стороны. В случае отрицательного отклонения по параметрам необходимо специальное исследование сложившихся показателей с последующим принятием управленческих решений [2].

Вторым критерием оценки деятельности объектов является сравнение их показателей с показателями по всей выборке.

Для этого для каждого параметра вычисляют среднее значение по всем объектам и среднее квадратическое отклонение параметра по формуле: $OP_i = ((P_i - Пср) / S_{пп}) * BK$, где P_i – показатель i -го объекта по параметру; Пср – выборочное среднее по параметру; $S_{пп}$ – стандартное отклонение параметра; BK – весовой коэффициент параметра; OP_i – относительный показатель параметра i -го объекта управления.

При таком подходе итоговая эффективность будет находиться как сумма всех относительных показателей параметра. Величина итоговой эффективности позволяет оценить эффективность работы объектов управления.

2. Оценка качества работы объектов управления на основе процедур нечеткой логики

Пусть x и y – обозначения входной и выходной лингвистических переменных; A и B – некоторые нечеткие множества (функции принадлежности), взятые из терм-множеств переменных x и y . Лингвистическим правилом нечеткого логического вывода «если...то...» называется конструкция вида:

R : если x есть A , то y есть B , где « x есть A » – нечеткое высказывание, называемое предпосылкой, а « y есть B » – нечеткое высказывание, называемое следствием правила [1].

Лингвистическое правило R может быть интерпретировано как нечеткое следствие (импликация) $A \rightarrow B$ и, следовательно, выражено в виде нечеткого соответствия предпосылки и следствия $R = A \rightarrow B$, заданного на декартовом

произведении областей определения (четких множествах) входной переменной X и выходной переменной Y . Композиционное правило вывода выходного значения системы для правила R при входе A' в записи « x есть A' » определяется как нечеткое множество B' , получаемое с помощью композиции входа и нечеткого соответствия импликации $B' = A' \circ (A \rightarrow B)$. Для получения нечеткого соответствия $R = A \times B$, $R(x, y) = A(x) \rightarrow B(y)$, где $A(x) = \mu_A(x)$ – значение функции принадлежности элемента x нечеткому множеству A , в приложениях наиболее часто используется импликация Мамдани (т.е. $A(x) \rightarrow B(y) = \min\{A(x), B(y)\}$) и max-min композиции. В этом случае значение функции принадлежности выходного нечеткого множества определяется по формуле:

$$B' = \max_{x \in X} (\min\{A'(x), \min_{y \in Y} \{A(x), B(y)\}\}, y \in Y)$$

Нечеткой системой логического вывода, основанной на лингвистических правилах «если...то...», называется конструкция вида:

$$R_1: \text{если } x \text{ есть } A_1, \text{ то } y \text{ есть } B_1,$$

$$R_2: \text{если } x \text{ есть } A_2, \text{ то } y \text{ есть } B_2,$$

...

R_m : если x есть A_m , то y есть B_m , где A_i и B_i – нечеткие множества.

Существуют два основных способа определения выхода B' . В обоих методах используется понятие агрегации правил, т.е. учёт суммарного эффекта от работы всех правил. В качестве оператора агрегации Agg обычно применяется s -норма, но допускается использование и произвольной t -нормы. Существуют два метода определения выхода системы логических правил.

Первый способ определения выхода состоит в предварительной агрегации нечетких соответствий: $R = Agg(R_1, R_2, \dots, R_m)$. В результате B' при заданном входе A' находится при помощи композиционного правила вывода: $B' = A' \circ R$. Если оператор агрегации представляет собой операцию максимума, то механизм логического вывода примет вид: $B' = A' \circ R_i$.

Второй способ вывода заключается в первоначальном определении выходов для каждого правила с использованием композиции $B_i' = A' \circ R_i$. Далее осуществляется агрегация полученных ранее выходов правил $B' = Agg(B_1', B_2', \dots, B_m')$, т.е. $B' = (A' \circ R_i)$.

В предлагаемой модели оценки эффективности объектов управления предлагаем первый способ. Например, нечеткая система логических выводов основана на трёх лингвистических правилах:

$$R_1: \text{если } x \text{ есть } A_1, \text{ то } y \text{ есть } B_1,$$

$$R_2: \text{если } x \text{ есть } A_2, \text{ то } y \text{ есть } B_2,$$

R_3 : если x есть A_3 , то y есть B_3 , где A_i, B_i – векторы, которые формируются при создании параметра. A – искомый параметр, B – эффективность работы. $A_i = (A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{in})$, $B_i = (B_{i1}, B_{i2}, \dots, B_{im})$.

Далее производится агрегация: $R = \text{Agg}(R_1, R_2, R_3)$.

Определяется выход системы логических правил $V' = A' \circ R$.
 $A' = (A'_1, A'_2, \dots, A'_n)$.

$$V'_1 = \min\{\max(A'_1, R_{11}), \dots, \max(A'_1, R_{n1})\},$$

$$V'_2 = \min\{\max(A'_2, R_{12}), \dots, \max(A'_2, R_{n2})\},$$

...

$$V'_n = \min\{\max(A'_n, R_{1n}), \dots, \max(A'_n, R_{nn})\}, V' = (V'_1, V'_2, \dots, V'_n).$$

Более сложной и интересной является ситуация, когда имеется не одна, а несколько входных переменных:

R_1 : если x_1 есть A_{11} и ... , x_n есть A_{1n} , то у есть V_1 ,

R_2 : если x_1 есть A_{21} и ... , x_n есть A_{2n} , то у есть V_2 ,

...

R_m : если x_1 есть A_{m1} и ... , x_n есть A_{mn} , то у есть V_m , где x_j ($j=1..n$) – входные лингвистические переменные, y – выходная лингвистическая переменная; A_{ij} и V_i – нечёткие множества. Логическая связка «и» интерпретируется как t-норма нечетких множеств. В отличие от случая с одной входной переменной представление импликации в виде соответствия в многовыходных системах (за исключением случая с двумя входами) невозможно. В связи с этим применяется механизм логического вывода, характерной чертой которого является использование уровней истинности предпосылок правил.

Под уровнем истинности предпосылки (или просто уровнем истинности) i -го правила понимается вещественное число α_i , характеризующее степень соответствия входа системы A'_1, A'_2, \dots, A'_n нечётким множествам $A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{in}$ в предпосылке i -го правила – $\alpha_i = \min[\max(A'_j(x_j)A_{ij}(x_j))]$ [2].

В случае из двух переменных x_1 и x_2 алгоритм вывода будет состоять из следующих шагов: для каждого правила R_i вычисляется уровень истинности правила α_i ; для каждого правила вычисляются индивидуальные выходы: $V'_i(y) = \min(\alpha_i, V_i(y))$. Вычисляется агрегатный выход: $V'(y) = \max(V'_1(y), V'_2(y), \dots, V'_m(y))$. Данный способ вывода называется \max - \min выводом или выводом Мамдани (импликация интерпретируется как операция минимума, агрегация выходов правил – как операция максимума).

3. Степень схождения между двумя лингвистическими сведениями

При оценке эффективности деятельности объектов управления важной составляющей является анализ динамики эффективности, которой, как правило, не уделяется достаточное внимание, например, в социальных приложениях. Приведем один из возможных подходов к анализу динамики эффективности объектов управления в социальной сфере.

Возможно вычислить предлагаемую степень схождения или расстояния между двумя лингвистическими переменными – результатами нечеткого логического вывода [6]. Степень схождения в данном случае может быть интерпретирована как оценка динамики показателей качества объектов управления.

Рассмотрим результаты нечеткого логического вывода Q_1R_1 из P_1 и Q_2R_2 из P_2 с истинными значениями T_1 и T_2 , соответственно. Где P – объект с его языковым значением, определённый на области нечёткого множества; Q – языковой квантор, который является основным ядром лингвистических сведений.

Сходство P_1 и P_2 определяется на основе следующей формулы:

$$\text{sim}(P_1, P_2) = \min\left(\frac{a}{b}, \frac{f(\mu_{P_1} \cap \mu_{P_2})}{f(\mu_{P_1} \cup \mu_{P_2})}\right),$$

где a количество общих атрибутов для P_1 и P_2 , а b – это число различных атрибутов, используемых для P_1 и P_2 , т.е. a/b – это Жаккардова мера множества атрибутов P_1 и P_2 .

Кроме того, $\frac{f(\mu_{P_1} \cap \mu_{P_2})}{f(\mu_{P_1} \cup \mu_{P_2})}$ – это, так называемая, Жаккардова мера сумм, где μ_{P_1} и μ_{P_2} – это функции принадлежности нечетких множеств.

Сходство кванторов Q_1 и Q_2 вычисляется с помощью Жаккардовой меры:

$$\text{sim}(Q_1, Q_2) = \left(\frac{f(\mu_{Q_1} \cap \mu_{Q_2})}{f(\mu_{Q_1} \cup \mu_{Q_2})}\right), \text{ где } \mu_{Q_1} \text{ и } \mu_{Q_2}$$

– это функции принадлежности нечётких множеств, использованных для моделирования лингвистических кванторов Q_1 и Q_2 .

Сходство значений истинности T_1 и T_2 для Q_1R_1 из P_1 и Q_2R_2 из P_2 , соответственно, вычисляется как: $\text{sim}(T_1, T_2) = 1 - |T_1 - T_2|$, где $|x|$ выражает абсолютное значение разности.

Сходство значений истинности R_1

и R_2 определяется как $\frac{f(\mu_{R_1} \cap \mu_{R_2})}{f(\mu_{R_1} \cup \mu_{R_2})}$, где μ_{R_1}

и μ_{R_2} – это функции принадлежности нечетких множеств, используемых для моделирования R_1 и R_2 .

Сходство между значениями степени фокуса для этих двух сумм, рассчитывается как $1 - |d_{foc}(Q_1R_1 \text{ из } P_1) - d_{foc}(Q_2R_2 \text{ из } P_2)|$.

Следовательно,

$$\text{sim}(R_1, R_2) = \min\left(\frac{f(\mu_{R_1} \cap \mu_{R_2})}{f(\mu_{R_1} \cup \mu_{R_2})}, 1 -$$

$$|d_{foc}(Q_1R_1 \text{ из } P_1) - d_{foc}(Q_2R_2 \text{ из } P_2)|\right).$$

Окончательно общее сходство между двумя нечёткими множествами лингвистических сведений определяется как $\text{sim}(Q_1R_1 \text{ из } P_1, Q_2R_2 \text{ из } P_2)$

$$= \min(\text{sim}(P_1, P_2), \text{sim}(Q_1, Q_2), \text{sim}(T_1, T_2), \text{sim}(R_1, R_2))$$

Это, так называемая, Жаккардова мера расстояния. Данная мера даёт возможность вычислить расстояние между нечетким логическим выводом одного объекта управления в диапазоне нескольких лет работы

и вследствие чего, сделать вывод о результате работы в рамках одного и того же проекта

Список использованных источников

1. Блюмин, С.Л. Нечёткая логика: алгебраические основы и приложения / С.Л.Блюмин, И.А.Шуйкова, П.В.Сараев – Липецк: Липецкий эколого-гуманитарный институт, 2002. – 112с.
2. Шуйкова И.А. Инструментарий оценки эффективности совместного образовательного проекта на основе правил нечеткого логического вывода / Е.А.Зайцев, И.А.Шуйкова // Труды тринадцатой международной конференции «Информатика: проблемы, методология, технологии». – Воронеж: ВГУ, 2013. С.16-20.
3. Круглов, В.В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети / В.В. Круглов – М.: Физматлит, 2001. – 221с.
4. Новиков, Д.А. Теория управления организационными системами./ Д.А. Новиков – М.: Издательство физико-математической литературы, 2007. – 584с.
5. Новиков, Д.А. Математические модели формирования и функционирования команд. / Д.А.Новиков – М.: Издательство физико-математической литературы, 2008. – 184с.
6. Anna, W. A distance metric for a space of linguistic summaries / W.Anna, M.K. James // Fuzzy Sets and Systems – 2012. 79–94с.

The formation of integrated indicators of the quality of rule-based fuzzy inference

Babkin .A.A., Pavlov E.N., Shuykova I.A.

The article presents approaches to the formation of integrated quality management objects based on the rules of the fuzzy inference. Approaches based on classical methods of mathematical statistics and methods of fuzzy mathematics. Discusses estimation dynamics of indicators of the quality control objects.

The model evaluation system of quality control objects makes it possible to calculate the distance between fuzzy inference one subject in the range of a few years and consequently, to conclude the result of the selected object within the same project.

This issue is currently the most effective both in theoretical terms and in terms of the implementation of appropriate systems that perform a quality assessment of control objects.

Key words: *Fuzzy inference system, indicators of quality control objects, the distance between the results of fuzzy inference*